

Позитивная геометрия и алгебраическая геометрия: как математика помогает раскрывать форму и законы Вселенной

Дата публикации: 14.08.2025

Связь математики и физики особенно наглядна там, где исследуются фундаментальные свойства природы — от квантовой теории поля до космологии. Новая работа Клаудии Феволы и Анны-Лауры Саттельбергер, опубликованная в *Notes of the American Mathematical Society*, демонстрирует, как концепции алгебраической и позитивной геометрии могут стать общим языком для описания процессов на микроскопических и космических масштабах.

Алгебраическая геометрия традиционно занимается изучением форм и пространств через решения систем полиномиальных уравнений. Эти методы позволяют строго описывать сложные структуры, которые в физике соответствуют состояниям и конфигурациям частиц, а в космологии — распределению материи и энергии в пространстве-времени. Позитивная геометрия — более молодая дисциплина, родившаяся на стыке математики и теоретической физики, — предлагает иной подход: она рассматривает физические взаимодействия как объёмы и поверхности многомерных геометрических объектов. Одним из центральных примеров является амплитуэдр — фигура, введённая в 2013 году Нимой Аркани-Хамедом и Ярославом Трнкой, которая позволяет вычислять амплитуды рассеяния частиц без традиционных громоздких диаграмм Фейнмана.

Этот подход особенно важен в физике высоких энергий, где расчёт амплитуд рассеяния играет ключевую роль. В стандартном подходе диаграммы Фейнмана соответствуют сложным интегралам, зависящим от множества переменных, и вычисления могут занимать недели даже на мощных суперкомпьютерах. Позитивная геометрия упрощает этот процесс, сводя его к геометрическим задачам поиска объёмов в многомерных пространствах, что открывает возможности для быстрого и точного анализа.

Не менее впечатляющим является то, что эти же методы находят применение в космологии. Исследование распределения галактик, анализ реликтового излучения, моделирование формирования крупномасштабных структур — всё это требует математического аппарата, способного описывать сложные взаимосвязи и корреляции. Космологические многогранники, которые также относятся к положительным геометриям, помогают представлять эти корреляции в наглядной и вычислительно удобной форме. Они позволяют «прочитать» физические законы ранней Вселенной, закодированные в структуре

первого света, и оценить параметры космологических моделей.

Интегралы Фейнмана, ключевые для понимания взаимодействий элементарных частиц, можно рассматривать через призму алгебраической геометрии. Их связь с обобщёнными интегралами Эйлера и гипергеометрическими D-модулями позволяет описывать поведение сложных функций, возникающих в расчётах, а топологические характеристики соответствующих многообразий отражают физические величины, такие как число мастер-интегралов — минимального набора базовых интегралов, из которых можно получить все остальные. Эта связь глубока: размер базиса мастер-интегралов в общем случае равен знаковой топологической эйлеровой характеристике многообразия, ассоциированного с графовым полиномом диаграммы Фейнмана.

Авторы работы подчеркивают, что позитивная геометрия — это не просто математический инструмент для узкого круга задач. Это потенциальный объединяющий язык, способный связать разные разделы физики в общую концептуальную структуру. Такой подход позволяет по-новому взглянуть на процессы передачи информации между физическими системами, интерпретируя их через преобразование наглядных физических моделей в абстрактные математические формы.

Перспективы этой области впечатляют. Если математические методы позитивной геометрии удастся развить и интегрировать с современными физическими теориями, это может привести к созданию нового поколения универсальных вычислительных алгоритмов для квантовой теории поля и космологии. Кроме того, сам процесс взаимодействия математики и физики в этой области стимулирует развитие новых понятий и методов, которые затем находят применение далеко за пределами фундаментальной науки — в обработке данных, компьютерной графике, моделировании сложных систем.

Позитивная геометрия постепенно формируется как связующее звено между теоретическими моделями и экспериментальными данными, предлагая способ описывать Вселенную на всех уровнях — от квантовых взаимодействий до её глобальной формы. Это не только расширяет наше понимание физического мира, но и углубляет саму математику, превращая её в ещё более мощный и универсальный язык природы.

Ссылка: «Алгебраическая и позитивная геометрия Вселенной: от частиц до галактик» [DOI: 10.1090/noti3220](https://doi.org/10.1090/noti3220).